



Universitat de Lleida

# GUÍA DOCENTE **ÁLGEBRA LINEAL**

Coordinación: MESSEGUE BUISAN, ARNAU

Año académico 2023-24

## Información general de la asignatura

<b>Denominación</b>	ÁLGEBRA LINEAL			
<b>Código</b>	102320			
<b>Semestre de impartición</b>	2o Q(SEMESTRE) EVALUACIÓN CONTINUADA			
<b>Carácter</b>	<b>Grado/Máster</b>	<b>Curso</b>	<b>Carácter</b>	<b>Modalidad</b>
	Doble titulació: Grau en Enginyeria en Organització Industrial i Logística i Grau en Administració i Direcció d'Empreses	1	TRONCAL/BÁSICA	Presencial
	Grado en Ingeniería en Organización Industrial y Logística	1	TRONCAL/BÁSICA	Presencial
	Grado en Ingeniería Química	1	TRONCAL/BÁSICA	Presencial
	Tronco común de las ingenierías industriales - Igualada	1	TRONCAL/BÁSICA	Presencial
<b>Número de créditos de la asignatura (ECTS)</b>	6			
<b>Tipo de actividad, créditos y grupos</b>	<b>Tipo de actividad</b>	PRAULA		TEORIA
	<b>Número de créditos</b>	3		3
	<b>Número de grupos</b>	2		1
<b>Coordinación</b>	MESSEGUE BUISAN, ARNAU			
<b>Departamento/s</b>	MATEMÁTICA			
<b>Distribución carga docente entre la clase presencial y el trabajo autónomo del estudiante</b>	1.5 h de trabajo autónomo por cada hora de clase presencial			
<b>Información importante sobre tratamiento de datos</b>	Consulte <a href="#">este enlace</a> para obtener más información.			
<b>Idioma/es de impartición</b>	Catalán.			
<b>Distribución de créditos</b>	3 créditos teóricos y 3 créditos prácticos.			

Profesor/a (es/as)	Dirección electrónica\nprofesor/a (es/as)	Créditos impartidos por el profesorado	Horario de tutoría/lugar
MESSEGUE BUISAN, ARNAU	arnau.messegue@udl.cat	9	

## Información complementaria de la asignatura

Esta asignatura requiere un trabajo continuado durante todo el semestre con el fin de alcanzar los objetivos planteados. Se requiere pensamiento crítico y capacidad de abstracción.

Se recomienda visitar de forma frecuente el espacio del Campus Virtual asociado a la asignatura, ya que allí se anuncia toda la información correspondiente.

## Objetivos académicos de la asignatura

### Objetivos académicos:

1. Discutir y resolver sistemas lineales de ecuaciones.
2. Describir espacios y subespacios vectoriales.
3. Realizar operaciones con subespacios: intersección, suma, suma directa.
4. Describir aplicaciones lineales a partir de su núcleo y su imagen. Hacer cambios de base en una aplicación lineal.
5. Determinar si un endomorfismo diagonaliza o no.
6. Aplicar la diagonalización de endomorfismos para calcular potencias de matrices, recurrencias lineales y sistemas de ecuaciones lineales.
7. Clasificar una forma bilineal. Expresar la forma cuadrática asociada como suma de cuadrados.
8. Aplicar el producto escalar de vectores al cálculo de distancias y ángulos.
9. Aplicar el proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt para el cálculo de bases ortonormales.
10. Aprender a aplicar los contenidos teóricos en la resolución de diferentes cuestiones de la ingeniería.

## Competencias

B01. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

B02. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

CG3. Sintetizar materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

CG4. Resolver problemas con iniciativa, tomar decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería en Organización Industrial.

CG10. Trabajar en un entorno multilingüe y multidisciplinar.

CE1. Desarrollar la capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CT5. Adquirir nociones esenciales del pensamiento científico.

## Contenidos fundamentales de la asignatura

### 1. Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales.

1. Tipos de matrices y operaciones con matrices.
2. Matrices inversibles.
3. Determinante de una matriz cuadrada de orden  $n$ . Casos  $n=2$ ,  $n=3$  i  $n>3$ .
4. Rango de una matriz.
5. Transformaciones elementales por filas. Método de eliminación de Gauss.
6. Expresión matricial de un sistema de ecuaciones lineales.
7. Teorema de Rouché-Frobenius.
8. Sistemas de Cramer.
9. Aplicaciones: Ajuste de reacciones químicas. Dinámica de poblaciones. Criptografía.

### 2. Espacios vectoriales.

1. Definición, propiedades y ejemplos.
2. Combinación lineal: dependéncia y independencia lineales.
3. Sistema generador.
4. Base de un espacio vectorial: definición, dimensión, componentes.
5. Subespacio vectorial. Variedades lineales.
  - Descripción mediante ecuaciones y mediante generadores.
  - Transformaciones de Gauss.
  - Base y dimensión.
6. Cambios de base: Matriz de cambio de base.
7. Operaciones con subespacios.
  - Contención y igualdad.
  - Intersección i suma.
  - Fórmula de Grassman.
  - Suma directa y complementarios.
8. Aplicaciones: El color

### 3. Aplicaciones lineales.

1. Definición y propiedades de una aplicación lineal.
2. Determinación por la imagen en una base.
3. Imagen y núcleo de una aplicación lineal.
4. Matriz asociada a una aplicación lineal.
5. Cambios de base en una aplicación lineal. Matrices parecidas.
6. Operaciones con aplicaciones lineales.
  - Suma de aplicaciones.
  - Producto por un escalar.
  - Composición de aplicaciones.
7. Aplicaciones: Procesamiento de imágenes.

## 4. Diagonalización de endomorfismos.

1. Matriz diagonal: valores y vectores propios.
2. Polinomio característico de un endomorfismo: definición y cálculo.
3. Teorema de Cayley-Hamilton.
4. Multiplicidad algebraica.
5. Subespacio generado por un vap: multiplicidad geométrica.
6. Caracterización de endomorfismos diagonalizables.
7. Aplicaciones de la diagonalización: Potencias de matrices, Recurrencias lineales y Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Motores de búsqueda en Internet: El Pagerank

## 5. Formas bilineales y formas cuadráticas.

1. Propiedades del producto escalar ordinario a  $\mathbb{R}^n$ . Concepto de forma bilineal.
2. Matriz asociada a una forma bilineal en una base. Concepto de ortogonalidad.
3. Formas bilineales simétricas: Método de Gauss para encontrar una base ortogonal. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.
4. Descomposición espectral.
5. Aplicaciones de la ortogonalidad: la recta de mínimos cuadrados.
6. Definición de rango y signatura. Métodos efectivos de cálculo de estos invariantes.
7. Productos escalares. Definición de normas asociadas. Bases ortonormales. Aplicaciones a la geometría.
8. Forma cuadrática asociada a una forma bilineal.
9. Aplicaciones: Expresión de una forma cuadrática como combinación lineal de cuadrados. Clasificación de cónicas y cuádricas.
10. Clasificación de cónicas y cuádricas.

## Ejes metodológicos de la asignatura

Las clases se dividen en dos tipos que se complementan: sesiones expositivas y sesiones de resolución de problemas.

- **Sesiones expositivas:** Sesiones donde el proceso de aprendizaje está centrado en la exposición oral por parte del profesorado sobre los contenidos teóricos de la asignatura, ilustrándolo con ejemplos para facilitar su comprensión. La exposición se realiza utilizando la pizarra y/o recursos informáticos.
- **Resolución de problemas:** Sesiones donde el proceso de aprendizaje está centrado en el estudiante. Se plantea un problema o ejercicio y el estudiantado lo soluciona mediante la aplicación de rutinas, fórmulas o la aplicación de procedimientos. El estudiantado realizará estos ejercicios de manera individual o en equipo. En determinados problemas se pueden emplear herramientas informáticas para su resolución.

Además, los estudiantes tendrán la responsabilidad de reforzar sus conocimientos de manera autónoma tomando como base el material didáctico facilitado o recomendado por el profesorado.

## Plan de desarrollo de la asignatura

### Actividades:

1. **Sesiones expositivas:** Los temas descritos en el apartado Contenidos se desarrollarán mediante sesiones expositivas a lo largo de las semanas lectivas. *Desde el inicio hasta el final del cuatrimestre.* **Horas Presenciales 16h No Presenciales 24h**
2. **Sesiones de resolución de problemas:** Los temas descritos en el apartado Contenidos se desarrollarán mediante prácticas en el aula a lo largo de las semanas lectivas. *Desde el inicio hasta el final del cuatrimestre.* **Horas Presenciales 16h No Presenciales 24h**
3. **Tutoría:** Las revisiones de exámenes y las horas de consulta sirven para resolver dudas y aclarar conceptos. *Desde el inicio hasta el final del cuatrimestre.*
4. **Evaluación:** La evaluación, descrita en el apartado Evaluación, se desarrollará mediante pruebas escritas presenciales (exámenes) y la entrega de ejercicios. *Desde el inicio hasta el final del cuatrimestre.* **Horas Presenciales 4h (o 6h).**

Plan de las actividades durante el cuatrimestre:

Semana	Metodología	Contenidos	Horas presenciales	Horas no presenciales
1-8	Sesiones expositivas	1, 2, 3	16	24
1-8	Sesiones de resolución de problemas	1, 2, 3	16	24
9	Evaluación. Examen Parcial 1	1, 2, 3	2	
10-15	Sesiones expositivas	4, 5	10	15
10-15	Sesiones de resolución de problemas	4, 5	10	15
16-17	Evaluación. Examen Parcial 2	4, 5	2	
19	Recuperación. Prueba escrita	1, 2, 3 y/o 4,5	2	

## Sistema de evaluación

- Control 1 (C1): 10%.
- Examen Parcial 1 (P1): 40%.
- Control 2 (C2): 10%.
- Examen Parcial 2 (P2): 40%.

$$\text{Nota final} = 0.1 \cdot C1 + 0.4 \cdot P1 + 0.1 \cdot C2 + 0.4 \cdot P2$$

Per calcular la nota final, los controles no tienen nota mínima, los exámenes tienen una nota mínima de 2.5 puntos (sobre 10).

Se puede hacer la recuperación de los Exámenes Parciales 1 y 2 (80%).

Es obligatorio realizar todas los dos exámenes parciales (presentarse y desarrollarlos).

Todas las pruebas de evaluación se pueden hacer exclusivamente con una calculadora no programable.

La nota final se calcula después de haber hecho el examen de recuperación, en caso que sea necesario.

## Bibliografía y recursos de información

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

1. Isaac A. García, Jaume Giné, Problemas resueltos de Álgebra Lineal. Col.lecció Eines, no. 45. Ed. de la UdL. Lleida, 2003. TAMBIÉN EN VERSIÓN ELECTRÓNICA!

## BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTÀRIA

1. **Joan Gimbert, Xavier Hernández, Nacho López, Josep Maria Miret, Ramiro Moreno, Magda Valls. Curs pràctic d'àlgebra per a informàtics. Col.lecció Eines, no. 48. Ed. de la UdL. Lleida, 2004. **TAMBIÉN EN VERSIÓN ELECTRÓNICA!****
2. Nina Bijedic; Joan Gimbert; Josep M. Miret; Magda Valls. Elements of Discrete Mathematical Structures for ComputerScience. Univerzittska knjiga Mostar, 2007. Kenneth ROSEN, Matemática Discreta y sus aplicaciones. McGraw-Hill Interamericana, 5a. edició, 2006.
3. Howard ANTON. Introducción al Álgebra Lineal. Ed. Limusa, 3a. edició, 1990.