



Universitat de Lleida

GUIA DOCENT  
**ÀLGEBRA LINEAL**

Coordinació: GINE MESA, JAUME

Any acadèmic 2022-23

## Informació general de l'assignatura

<b>Denominació</b>	ÀLGEBRA LINEAL			
<b>Codi</b>	102100			
<b>Semestre d'impartició</b>	2N Q(SEMESTRE) AVALUACIÓ CONTINUADA			
<b>Caràcter</b>	<b>Grau/Màster</b>	<b>Curs</b>	<b>Caràcter</b>	<b>Modalitat</b>
	Doble titulació: Grau en Enginyeria Mecànica i Grau en Enginyeria de l'Energia i Sostenibilitat	1	TRONCAL/BÀSICA	Presencial
	Grau en Enginyeria de l'Energia i Sostenibilitat	1	TRONCAL/BÀSICA	Presencial
	Grau en Enginyeria Electrònica Industrial i Automàtica	1	TRONCAL/BÀSICA	Presencial
	Grau en Enginyeria Mecànica	1	TRONCAL/BÀSICA	Presencial
	Tronc comú de les enginyeries industrials - Lleida	1	TRONCAL/BÀSICA	Presencial
<b>Nombre de crèdits assignatura (ECTS)</b>	6			
<b>Tipus d'activitat, crèdits i grups</b>	<b>Tipus d'activitat</b>	<b>PRAULA</b>	<b>TEORIA</b>	
	<b>Nombre de crèdits</b>	3	3	
	<b>Nombre de grups</b>	3	3	
<b>Coordinació</b>	GINE MESA, JAUME			
<b>Departament/s</b>	MATEMÀTICA			
<b>Distribució càrrega docent entre la classe presencial i el treball autònom de l'estudiant</b>	60 hores presencials i 90 hores de treball autònom			
<b>Informació important sobre tractament de dades</b>	Consulteu <a href="#">aquest enllaç</a> per a més informació.			
<b>Idioma/es d'impartició</b>	Català			
<b>Distribució de crèdits</b>	3 crèdits teòrics i 3 crèdits pràctics.			

Professor/a (s/es)	Adreça electrònica professor/a (s/es)	Crèdits impartits pel professorat	Horari de tutoria/lloc
GINE MESA, JAUME	jaume.gine@udl.cat	18	A concertar

## Informació complementària de l'assignatura

Assignatura que requereix un treball continuat durant tot el semestre a fi d'assolir els objectius de la mateixa. Es requereix pensament crític i capacitat d'abstracció.

Es poden trobar reculls de resolucions d'exàmens corresponents a cursos anteriors (d'Enginyeria Tècnica Industrial) a la Copisteria del Campus de Cappont (edifici de l'Aulari) i a la pàgina personal <http://web.udl.es/usuarios/t4088454/ssd/>

Es recomana visitar de manera freqüent l'espai del Campus Virtual associat a l'assignatura ja que s'hi anuncia tota la informació corresponent.

## Objectius acadèmics de l'assignatura

Objectius acadèmics:

- Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions.
- Descriure espais i subespais vectorials.
- Realitzar operacions amb subespais: intersecció, suma, suma directa.
- Descriure aplicacions lineals a partir del seu nucli i la seva imatge. Fer canvis de base en una aplicació lineal.
- Determinar si un endomorfisme diagonalitza o no.
- Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre potències de matrius, recurrències lineals i sistemes d'equacions lineals.
- Clasificar una forma bilineal. Expressar la forma quadràtica associada com suma de quadrats.
- Aplicar el producte escalar de vectors al càlcul de distàncies i angles.
- Aplicar el procés d'ortonormalització de Gram-Schmidt al càlcul de bases ortonormals.

## Competències

**EPS1. Capacitat de resolució de problemes i elaboració i defensa d'arguments dins de la seva àrea d'estudis.**

**EPS5. Capacitat per a l'abstracció i el raonament crític, lògic i matemàtic.**

**EPS6. Capacitat d'anàlisi i síntesi.**

**GEM1. Capacitat per a la resolució dels problemes matemàtics que puguin plantejar-se en l'enginyeria. Aptitud per aplicar els coneixements sobre: àlgebra lineal; geometria; geometria diferencial; càlcul diferencial i integral; equacions diferencials i en derivades parcials; mètodes numèrics; algorítmica, numèrica; estadística i optimització.**

## Continguts fonamentals de l'assignatura

### 1. Matrius, determinants i sistemes d'equacions lineals.

- 1.1 Tipus de matrius i operacions amb matrius.
- 1.2 Matrius inversibles.
- 1.3 Determinant d'una matriu quadrada d'ordre  $n$ . Casos  $n=2$ ,  $n=3$  i  $n>3$ .
- 1.4 Rang d'una matriu.
- 1.5 Transformacions elementals per files. Mètode d'eliminació de Gauss.
- 1.6 Expressió matricial d'un sistema d'equacions lineals.
- 1.7 Teorema de Rouché-Frobenius.
- 1.8 Sistemes de Cramer.

### 2. Espais vectorials.

- 2.1 Definició, propietats i exemples.
- 2.2 Combinació lineal: dependència i independència lineals.
- 2.3 Sistema generador.
- 2.4 Base d'un espai vectorial: definició, dimensió, components.
- 2.5 Subespai vectorial. Varietats lineals.
  - 2.5.1 Descripció mitjançant equacions i mitjançant generadors.
  - 2.5.2 Transformacions de Gauss.
  - 2.5.3 Base i dimensió.
- 2.6 Canvis de base: Matriu de canvi de base.
- 2.7 Operacions amb subespais.
  - 2.7.1 Contenció i igualtat.
  - 2.7.2 Intersecció i suma.
  - 2.7.3 Fòrmula de Grassman.
  - 2.7.4 Suma directa i complementaris.

### 3. Aplicacions lineals.

- 3.1 Definició i propietats d'una aplicació lineal.
- 3.2 Determinació per la imatge en una base.
- 3.3 Imatge i nucli d'una aplicació lineal.
- 3.4 Matriu associada a una aplicació lineal.
- 3.5 Canvis de base en una aplicació lineal. Matrius semblants.
- 3.6 Operacions amb aplicacions lineals.

3.6.1 Suma d'aplicacions.

3.6.2 Producte per un escalar.

3.6.3 Composició d'aplicacions.

#### 4. Diagonalització d'endomorfismes.

4.1 Matriu diagonal: valors i vectors propis.

4.2 Polinomi característic d'un endomorfisme: definició i càlcul.

4.3 Teorema de Cayley-Hamilton.

4.4 Multiplicitat algebraica.

4.5 Subespai generat per un vap: multiplicitat geomètrica.

4.6 Caracterització d'endomorfismes diagonalitzables.

4.7 Aplicacions de la diagonalització: Potències de matrius, Recurrències lineals i Sistemes d'equacions diferencials lineals.

#### 5. Formes bilineals i formes quadràtiques.

5.1. Propietats del producte escalar ordinari a  $\mathbb{R}^n$ . Concepte de forma bilineal.

5.2. Matriu associada a una forma bilineal en una base. Concepte d'ortogonalitat.

5.3. Formes bilineals simètriques: Mètode de Gauss per a trobar una base ortogonal. Procès d'ortonormalització de Gram-Schmidt.

5.4. Definició de rang i signatura. Mètodes efectius de càlcul d'aquests invariants.

5.5. Productes escalars. Definició de normes associades. Bases ortonormals. Aplicacions a la geometria.

5.6. Forma quadràtica associada a una forma bilineal.

5.7. Aplicacions: Expressió d'una forma quadràtica com a combinació lineal de quadrats.

5.8 Classificació de còniques i quadriques.

## Eixos metodològics de l'assignatura

Les activitats presencials es divideixen en dues parts que es complementen: classes magistrals i classes de problemes.

**Classes magistrals:** A les classes de teoria s'introdueixen els conceptes i resultats teòrics més rellevants il·lustrant-los amb exemples i exercicis.

**Classes de problemes:** A les classes de problemes es resoldran exercicis de dificultat gradual per consolidar els conceptes i les nocions desenvolupades en les classes de teoria.

Tant les classes magistrals com les classes de problemes s'impartiran en grups reduïts d'estudiants. El fet de tenir grups menys nombrosos d'alumnes afavoreix el diàleg i la participació dels mateixos.

A més, els estudiants tindran la responsabilitat de reforçar els seus coneixements de manera autònoma prenent com a base el material didàctic facilitat o recomanat pel professor.

## Pla de desenvolupament de l'assignatura

**Activitats:**

**Classe Magistral:** Els temes descrits en l'apartat de Continguts es desenvoluparan mitjançant classes magistrals al llarg de les setmanes lectives.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 28 h No Presencials 42 h

**Classes de Problemes:** Els temes descrits en l'apartat Continguts es desenvoluparan mitjançant pràctiques a l'aula al llarg de les setmanes lectives.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 28 h No Presencials 42 h

**Pràctiques a l'aula:** Exercicis a l'aula que son entregats al professor.

Al final de cada quadrimestre. Hores Presencials 1 h

**Tutoria:** Les revisions d'examens i les hores de consulta serveixen per a resoldre dubtes i aclarir conceptes.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre.

**Avaluació:** L'Avaluació, descrita en l'apartat Avaluació, es desenvoluparà mitjançant proves escrites presencials (examens) i l'entrega d'exercicis fets a classe.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 6 h

Setmana	Metodologia	Temari	Hores presencials	Hores treball autònom
1-8	Classe magistral	Tema 1,2,3	14	21
1-8	Classes de problemes	Tema 1,2,3	14	21
8	Pràctiques d'aula	Tema 1,2,3	1	
9	Avaluació. Prova escrita	Tema 1,2,3	3	
10-15	Classe magistral	Tema 4,5	14	21
10-15	Classes de problemes	Tema 4,5	14	21
15	Pràctiques d'aula	Tema 4,5	1	
16	Avaluació. Prova escrita	Tema 4,5	3	

## Sistema d'avaluació

**Activitat: Prova escrita** Dates: Setmana 9 Percentatge: 40% **Caràcter:** Obligatori **Realització:** Individual

**Criteris:** Examen escrit - PA1 Per a tenir en compte la nota de lliurament d'exercici cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

**Observacions:** A les proves escrites es pot portar calculadora científica convencional. Però no s'autoritzarà l'ús d'aquelles calculadores, o qualsevol altre aparell, que portin informació emmagatzemada o pugui transmetre-la.

-----

**Lliurament d'exercici al campus virtual** Dates: Setmanes 1/8 Percentatge10% **Caràcter:** Obligatori  
**Realització:** Individual

**Criteris:** Per a tenir en compte la nota de lliurament d'exercici cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2. Aleatòriament hi haurà validació de l'exercici i la no superació de la validació implicarà suspendre l'assignatura per còpia.

-----

**Activitat: Prova escrita** Dates: Setmana 16/17 Percentatge: 40% **Caràcter:** Obligatori **Realització:** Individual

**Criteris:** Examen escrit - PA2 Per a tenir en compte la nota de lliurament d'exercici cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

**Observacions:** A les proves escrites es pot portar calculadora científica convencional. Però no s'autoritzarà l'ús d'aquelles calculadores, o qualsevol altre aparell, que portin informació emmagatzemada o pugui transmetre-la.

-----

**Lliurament d'exercici al campus virtual** Dates: Setmanes 10/15 Percentatge10% **Caràcter:** Obligatori  
**Realització:** Individual

**Criteris:** Per a tenir en compte la nota lliurament d'exercici cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2. Aleatòriament hi haurà validació de l'exercici i la no superació de la validació implicarà suspendre l'assignatura per còpia.

-----

**Activitat: Problemes** Dates: Setmana 15 Percentatge10% **Caràcter:** Voluntari **Realització:** Individual

**Criteris:** Per a tenir en compte la nota de problemes cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

## Bibliografia i recursos d'informació

### BIBLIOGRAFIA BÀSICA

H.Anton, Introducción al Álgebra Lineal., Ed. Limusa, México, 1997.

I.A.García i J. Giné, Problemas resueltos de Álgebra Lineal. Col.lecció Eines, no.45. Ed. de la UdL. Lleida. 2003.

### BIBLIOGRAFIA DE REPÀS

J. Sorolla Bardají, Introducció a la Matemàtica, ISBN: 978-84-616-4854-2

### BIBLIOGRAFIA RECOMANADA

M.Alsina, J.M. Miret i A. Rio, Càlcul i Àlgebra. Resums i Problemes (ambsolucions), 1991.

J.Arvesú, F. Marcellán i J. Sánchez, Problemas resueltos de álgebra lineal.,Madrid, International Thomson, 2005.

C.Alsina i E. Trillas, Lecciones de Álgebra y Geometría. Editorial Gustavo Gili,S.A., Barcelona, 1984.

M.Castellet i I. Llerena, Àlgebra lineal i geometria., Publicacions de la UAB, Barcelona, 1988.

P.M.Cohn, Elements of linear algebra, Chapman and Hall, London, 1994.

E.Domínguez et al., Problemas de Álgebra Lineal, Bellisco, Madrid, 1998.

M.T.García González, A. Ruiz Oliarria, M.M. Saiz Jarabo, Álgebra. Teoría y ejercicios. Ed. Paraninfo, Madrid, 1993.

J.Gimbert i J.M. Miret, Problemes d'Àlgebra per a Ciències de la Computació. Col.lecció Eines, no. 20. Ed. de la UdL. Lleida. 1997.

S.Lang, Introducción al Álgebra Lineal. Ed. Addison-Wesley, Wilmington, Delaware,1990.

J. Rojo i I. Martín, Ejercicios y problemas de ÁlgebraLineal, Ed. Vector Ediciones, Madrid, 1989.