



Universitat de Lleida

GUIA DOCENT  
**ÀLGEBRA LINEAL**

Coordinació: Jaume Giné Mesa

Any acadèmic 2013-14

## Informació general de l'assignatura

<b>Denominació</b>	ÀLGEBRA LINEAL
<b>Codi</b>	102100
<b>Semestre d'impartició</b>	2n Q Avaluació Continuada
<b>Caràcter</b>	Troncal
<b>Nombre de crèdits ECTS</b>	6
<b>Grups</b>	2
<b>Crèdits teòrics</b>	3
<b>Crèdits pràctics</b>	3
<b>Coordinació</b>	Jaume Giné Mesa
<b>Departament/s</b>	Matemàtica
<b>Informació important sobre tractament de dades</b>	Consulteu <a href="#">aquest enllaç</a> per a més informació.
<b>Idioma/es d'impartició</b>	Català
<b>Horari de tutoria/lloc</b>	A concertar

Jaume Giné Mesa

## Informació complementària de l'assignatura

Assignatura que requereix un treball continuat durant tot el semestre a fi d'assolir els objectius de la mateixa. Es requereix pensament crític i capacitat d'abstracció.

Es poden trobar reculls de resolucions d'exàmens corresponents a cursos anteriors (d'Enginyeria Tècnica Industrial) a la Copisteria del Campus de Cappont (edifici de l'Aulari) i al Consell de l'Estudiantat de la EPS: <http://www.consell-eps.udl.cat/>

Es recomana visitar de manera freqüent l'espai del Campus Virtual associat a l'assignatura ja que s'hi anuncia tota la informació corresponent.

## Objectius acadèmics de l'assignatura

Veure apartat de competències

## Competències

### Competències estratègiques de la Universitat de Lleida

- Correcció en l'expressió oral i escrita

#### Objectius

- Analitzar si un conjunt de vectors és linealment independent o no
- Descriure espais i subespais vectorials
- Aplicar la fórmula de Grassman
- Determinar els valors i vectors propis associats a un endomorfisme
- Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions
- Raonar i contrastar solucions
- Sintetitzar l'enunciat d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament
- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul

### Competències específiques de la titulació

- Capacitat per a la resolució dels problemes matemàtics que puguin plantejar-se en l'enginyeria. Aptitud per aplicar els coneixements sobre: àlgebra lineal; geometria; geometria diferencial, càlcul diferencial i integral; equacions diferencials i en derivades parcials; mètodes numèrics, algorítmica, numèrica, estadística i optimització.

#### Objectius

- Operar amb matrius: suma, producte, transposició i inversa
- Realitzar transformacions elementals de Gauss a fi de determinar el rang d'una matriu
- Calcular determinants de matrius quadrades de qualsevol ordre
- Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions
- Resoldre sistemes mitjançant el mètode de Cramer
- Determinar si un vector és combinació lineal d'un conjunt de vectors
- Analitzar si un conjunt de vectors és linealment independent o no
- Descriure espais i subespais vectorials
- Calcular les components d'un vector en una base. Calcular i aplicar la matriu de canvi de base
- Determinar la dimensió d'un subespai vectorial
- Realitzar operacions amb subespais: intersecció, suma, suma directa.

- Aplicar la fórmula de Grassman
- Determinar aplicacions lineals a partir de la seva imatge en una base
- Calcular nucli i la imatge d'una aplicació lineal
- Relacionar l'expressió explícita d'una aplicació lineal amb la seva expressió matricial
- Fer càlculs d'aplicacions lineals en diferents bases. Aplicar la matriu de canvi de base
- Realitzar operacions amb aplicacions lineals: suma, producte per un escalar, composició
- Determinar els valors i vectors propis d'un endomorfisme
- Usar el Teorema de Cayley-Hamilton
- Determinar si un endomorfisme diagonalitza o no
- Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre potències de matrius
- Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre recurrències lineals
- Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre sistemes d'equacions lineals
- Clasificar una forma bilineal
- Expressar la forma quadràtica com suma de quadrats
- Aplicar el producte escalar de vectors al càlcul de distàncies i angles
- Determinar ortogonalitat entre vectors
- Aplicar el procés d'ortonormalització de Gram-Schmidt al càlcul de bases ortonormals
- Raonar i contrastar solucions
- Sintetitzar l'enunciat d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament
- Utilitzar les tècniques matemàtiques per a resoldre problemes
- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul

## Competències transversals de la titulació

- Capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, dins la seva àrea d'estudi, per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.

### Objectius

- Aplicar el procés d'ortonormalització de Gram-Schmidt al càlcul de bases ortonormals
- Raonar i contrastar solucions
- Determinar si un vector és combinació lineal d'un conjunt de vectors
- Analitzar si un conjunt de vectors és linealment independent o no
- Descriure espais i subespais vectorials
- Determinar la dimensió d'un subespai vectorial
- Realitzar operacions amb subespais: intersecció, suma, suma directa
- Aplicar la fórmula de Grassman
- Determinar aplicacions lineals a partir de la seva imatge en una base
- Calcular el nucli i la imatge d'una aplicació lineal
- Determinar els valors i vectors propis associats a un endomorfisme
- Aplicar el producte escalar de vectors al càlcul de distàncies i angles
- Determinar ortogonalitat entre vectors

- Capacitat d'anàlisi i síntesi.

### Objectius

- Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions
- Resoldre sistemes mitjançant el mètode de Cramer
- Analitzar si un conjunt de vectors és linealment independent o no
- Usar el Teorema de Cayley-Hamilton
- Aplicar el producte escalar de vectors al càlcul de distàncies i angles
- Determinar ortogonalitat entre vectors
- Raonar i contrastar solucions
- Sintetitzar l'enunciat d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament

- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul
- Capacitat de resolució de problemes i elaboració i defensa d'arguments dins la seva àrea d'estudis.

## Objectius

- Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre potències de matrius
  - Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre recurrències lineals
  - Aplicar la diagonalització d'endomorfismes per resoldre sistemes d'equacions lineals
  - Determinar si un endomorfisme diagonalitza o no
  - Operar amb matrius: suma, producte, transposició i inversa
  - Realitzar transformacions elementals de Gauss a fi de determinar el rang d'una matriu
  - Calcular determinants de matrius quadrades de qualsevol ordre
  - Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions
  - Resoldre mitjançant el mètode de Cramer
  - Determinar si un vector és combinació lineal d'un conjunt de vectors
  - Analitzar si un conjunt de vectors és linealment independent o no
  - Descriure espais i subespais vectorials
  - Calcular les components d'un vector en bases diferents. Aplicar la matriu de canvi de base
  - Determinar la dimensió d'un subespai
  - Realitzar operacions amb subespais: intersecció, suma, suma directa
  - Aplicar la fórmula de Grassman
  - Determinar aplicacions lineals a partir de la seva imatge en una base
  - Calcular el nucli i la imatge d'una aplicació lineal
  - Fer càlculs d'aplicacions lineals en diferents bases. Aplicar la matriu de canvi de base
  - Realitzar operacions amb aplicacions lineals: suma, producte per un escalar, composició
  - Determinar els valors i vectors propis associats a un endomorfisme
  - Usar el Teorema de Cayley-Hamilton
  - Aplicar el producte escalar de vectors al càlcul de distàncies i angles
  - Determinar ortogonalitat entre vectors
  - Aplicar el procés d'ortonormalització de Gram-Schmidt al càlcul de bases ortonormals
  - Raonar i contrastar solucions
  - Sintetitzar l'enunciar d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament
  - Utilitzar tècniques matemàtiques per a resoldre problemes
  - Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul
- Capacitat per a l'abstracció i el raonament crític, lògic i matemàtic.

## Objectius

- Realitzar transformacions elementals de Gauss a fi de determinar el rang d'una matriu
- Discutir i resoldre un sistemes lineals d'equacions
- Determinar si un vector és combinació lineal d'un conjunt de vectors
- Analitzar si un conjunt de vectors es linealment independent o no
- Aplicar la fórmula de Grassman
- Determinar aplicacions lineals a partir de la seva imatge en una base
- Fer càlculs d'aplicacions lineals en diferents bases. Aplicar la matriu de canvi de base
- Usar el Teorema de Cayley-Hamilton
- Aplicar el producte escalar de vectors al càlcul de distàncies i angles
- Determinar ortogonalitat entre vectors
- Raonar i contrastar solucions
- Sintetitzar l'enunciat d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament
- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul

## Continguts fonamentals de l'assignatura

### 1. Matrius, determinants i sistemes d'equacions lineals.

- 1.1 Tipus de matrius i operacions amb matrius.
- 1.2 Matrius inversibles.
- 1.3 Determinant d'una matriu quadrada d'ordre  $n$ . Casos  $n=2$ ,  $n=3$  i  $n>3$ .
- 1.4 Rang d'una matriu.
- 1.5 Transformacions elementals per files. Mètode d'eliminació de Gauss.
- 1.6 Expressió matricial d'un sistema d'equacions lineals.
- 1.7 Teorema de Rouché-Frobenius.
- 1.8 Sistemes de Cramer.

### 2. Espais vectorials.

- 2.1 Definició, propietats i exemples.
- 2.2 Combinació lineal: dependència i independència lineals.
- 2.3 Sistema generador.
- 2.4 Base d'un espai vectorial: definició, dimensió, components.
- 2.5 Subespai vectorial. Varietats lineals.
  - 2.5.1 Descripció mitjançant equacions i mitjançant generadors.
  - 2.5.2 Transformacions de Gauss.
  - 2.5.3 Base i dimensió.
- 2.6 Canvis de base: Matriu de canvi de base.
- 2.7 Operacions amb subespais.
  - 2.7.1 Contenció i igualtat.
  - 2.7.2 Intersecció i suma.
  - 2.7.3 Fòrmula de Grassman.
  - 2.7.4 Suma directa i complementaris.

### 3. Aplicacions lineals.

- 3.1 Definició i propietats d'una aplicació lineal.
- 3.2 Determinació per la imatge en una base.
- 3.3 Imatge i nucli d'una aplicació lineal.
- 3.4 Matriu associada a una aplicació lineal.
- 3.5 Canvis de base en una aplicació lineal. Matrius semblants.
- 3.6 Operacions amb aplicacions lineals.

3.6.1 Suma d'aplicacions.

3.6.2 Producte per un escalar.

3.6.3 Composició d'aplicacions.

## 4. Diagonalització d'endomorfismes.

4.1 Matriu diagonal: valors i vectors propis.

4.2 Polinomi característic d'un endomorfisme: definició i càlcul.

4.3 Teorema de Cayley-Hamilton.

4.4 Multiplicitat algebraica.

4.5 Subespai generat per un vap: multiplicitat geomètrica.

4.6 Caracterització d'endomorfismes diagonalitzables.

4.7 Aplicacions de la diagonalització: Potències de matrius, Recurrències lineals i Sistemes d'equacions diferencials lineals.

## 5. Formes bilineals i formes quadràtiques.

5.1. Propietats del producte escalar ordinari a  $\mathbb{R}^n$ . Concepte de forma bilineal.

5.2. Matriu associada a una forma bilineal en una base. Concepte d'ortogonalitat.

5.3. Formes bilineals simètriques: Mètode de Gauss per a trobar una base ortogonal. Procès d'ortonormalització de Gram-Schmidt.

5.4. Definició de rang i signatura. Mètodes efectius de càlcul d'aquests invariants.

5.5. Productes escalars. Definició de normes associades. Bases ortonormals. Aplicacions a la geometria.

5.6. Forma quadràtica associada a una forma bilineal.

5.7. Aplicacions: Expressió d'una forma quadràtica com a combinació lineal de quadrats.

5.8 Classificació de còniques i quadriques.

## Eixos metodològics de l'assignatura

Veure apartat: Pla de desenvolupament

## Pla de desenvolupament de l'assignatura

### Activitat:

**Lliçó Magistral:** Els temes descrits en l'apartat de Continguts es desenvoluparan mitjançant classes magistrals al llarg de les setmanes lectives.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 28 h No Presencials 42 h

### Activitat:

**Pràctiques d'aula:** Els temes descrits en l'apartat Continguts es desenvoluparan en mitjançant pràctiques a l'aula al llarg de les setmanes lectives.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 28 h No Presencials 42 h

**Activitat:**

**Tutoria:** Les revisions d'examens i les hores de consulta serveixen per a resoldre dubtes i aclarir conceptes.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 2 h No Presencials 3 h

**Activitat:**

**Avaluació:** L'Avaluació, descrita en l'apartat Avaluació, es desenvoluparà mitjançant proves escrites presencials (examens) i l'entrega d'exercicis.

Des de: Inici del quadrimestre fins al final del quadrimestre. Hores Presencials 6 h No Presencials 8 h

## Sistema d'avaluació

**Activitat: Prova escrita** Dates: Setmana 8 Percentatge: 40% **Caràcter:** Obligatori **Realització:** Individual

**Criteris:** Examen escrit - PA1 Per a tenir en compte la nota d'assistència i participació cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

**Observacions:** A les proves escrites es pot portar calculadora científica convencional. Però no s'autoritzarà l'ús d'aquelles calculadores, o qualsevol altre aparell, que portin informació emmagatzemada o pugui transmetre-la.

**Activitat: Participació i Assistència** Dates: Setmanes 1/8 Percentatge 10% **Caràcter:** Obligatori **Realització:** Individual

**Criteris:** Per a tenir en compte la nota d'assistència i participació cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

**Activitat: Prova escrita** Dates: Setmana 17/18 Percentatge: 40% **Caràcter:** Obligatori **Realització:** Individual

**Criteris:** Examen escrit - PA2 Per a tenir en compte la nota d'assistència i participació cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

**Observacions:** A les proves escrites es pot portar calculadora científica convencional. Però no s'autoritzarà l'ús d'aquelles calculadores, o qualsevol altre aparell, que portin informació emmagatzemada o pugui transmetre-la.

**Activitat: Participació i Assistència** Dates: Setmanes 9/16 Percentatge 10% **Caràcter:** Obligatori **Realització:** Individual

**Criteris:** Per a tenir en compte la nota d'assistència i participació cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

**Activitat: Problemes** Dates: Setmana 16 Percentatge 10% **Caràcter:** Voluntari **Realització:** Individual

**Criteris:** Per a tenir en compte la nota de problemes cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

## Bibliografia i recursos d'informació

### BIBLIOGRAFIA BÀSICA

H.Anton, Introducción al Álgebra Lineal., Ed. Limusa, México, 1997.

I.A.García i J. Giné, Problemas resueltos de Álgebra Lineal. Col.lecció Eines, no.45. Ed. de la UdL. Lleida. 2003.



## BIBLIOGRAFIA RECOMANADA

- M.Alsina, J.M. Miret i A. Rio, Càlcul i Àlgebra. Resums i Problemes (ambsolucions), 1991.
- J.Arvesú, F. Marcellán i J. Sánchez, Problemas resueltos de álgebra lineal., Madrid, International Thomson, 2005.
- C.Alsina i E. Trillas, Lecciones de Álgebra y Geometría. Editorial Gustavo Gili,S.A., Barcelona, 1984.
- M.Castellet i I. Llerena, Àlgebra lineal i geometria., Publicacions de la UAB, Barcelona, 1988.
- P.M.Cohn, Elements of linear algebra, Chapman and Hall, London, 1994.
- E.Domínguez et al., Problemas de Álgebra Lineal, Bellisco, Madrid, 1998.
- M.T.García González, A. Ruiz Oliarria, M.M. Saiz Jarabo, Álgebra. Teoría y ejercicios. Ed. Paraninfo, Madrid, 1993.
- J.Gimbert i J.M. Miret, Problemes d'Àlgebra per a Ciències de la Computació. Col.lecció Eines, no. 20. Ed. de la UdL. Lleida. 1997.
- S.Lang, Introducción al Álgebra Lineal. Ed. Addison-Wesley, Wilmington, Delaware,1990.
- J. Rojo i I. Martín, Ejercicios y problemas de ÁlgebraLineal, Ed. Vector Ediciones, Madrid, 1989.