



Universitat de Lleida

GUIA DOCENT  
**ÀLGEBRA LINEAL**

Any acadèmic 2015-16

## Informació general de l'assignatura

<b>Denominació</b>	ÀLGEBRA LINEAL
<b>Codi</b>	101401
<b>Semestre d'impartició</b>	2n Q Avaluació Continuada
<b>Caràcter</b>	Troncal
<b>Nombre de crèdits ECTS</b>	6
<b>Crèdits teòrics</b>	3
<b>Crèdits pràctics</b>	3
<b>Horari de tutoria/lloc</b>	A concretar. Despatx 1.12 de l'Escola Politècnica Superior.
<b>Departament/s</b>	Matemàtica
<b>Distribució càrrega docent entre la classe presencial i el treball autònom de l'estudiant</b>	Veure l'apartat "Pla de desenvolupament de l'assignatura".
<b>Modalitat</b>	Presencial
<b>Informació important sobre tractament de dades</b>	Consulteu <a href="#">aquest enllaç</a> per a més informació.
<b>Idioma/es d'impartició</b>	Català
<b>Grau/Màster</b>	Grau en Arquitectura Tècnica
<b>Horari de tutoria/lloc</b>	A concretar. Despatx 1.12 de l'Escola Politècnica Superior.
<b>Adreça electrònica professor/a (s/es)</b>	mtgrau@matematica.udl.cat

## Informació complementària de l'assignatura

Els coneixements previs necessaris per a iniciar aquesta assignatura són els que s'imparteixen en la matèria de Matemàtiques del Batxillerat Tecnològic (veure <http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/batxillerat/curriculum/>). En particular, els apartats d'aritmètica i àlgebra i geometria.

Assignatura que requereix un treball continuat durant tot el semestre a fi d'assolir els objectius de la mateixa. Es requereix pensament crític i capacitat d'abstracció.

Es poden trobar els següents materials didàctics al Campus Virtual: <http://cv.udl.cat>

- Col·lecció d'enunciats d'exercicis amb les solucions numèriques.
- Resolucions d'exàmens corresponents a cursos anteriors (d'Arquitectura Tècnica).

Es recomana visitar de manera freqüent l'espai del Campus Virtual associat a l'assignatura ja que s'hi anuncia tota la informació corresponent.

Assignatura que s'imparteix durant el 2on semestre del 1er curs de la titulació. Correspon al Mòdul de "Formació Bàsica", concretament a la matèria "Fonaments científics"

## Objectius acadèmics de l'assignatura

- Operar amb matrius: suma, producte, transposició i inversa.
- Realitzar transformacions elementals de Gauss a fi de determinar el rang d'una matriu.
- Calcular determinants de matrius quadrades de qualsevol ordre.
- Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions.
- Resoldre sistemes mitjançant el mètode de Cramer.
- Determinar si un vector és combinació lineal d'un conjunt de vectors.
- Analitzar si un conjunt de vectors és linealment dependent o no.
- Descriure espais i subespais vectorials.
- Fer càlculs vectorials en diferents bases. En particular, calcular les components d'un vector en bases diferents. Calcular i aplicar la matriu de canvi de base.
- Determinar la dimensió d'un subespai vectorial.
- Realitzar operacions amb subespais: intersecció, suma, suma directa.
- Aplicar la fórmula de Grassman.
- Determinar aplicacions lineals a partir de la seva imatge en una base.
- Calcular el nucli i la imatge d'una aplicació lineal.
- Relacionar l'expressió explícita d'una aplicació lineal amb la seva expressió matricial.
- Fer càlculs d'aplicacions lineals en diferents bases. Aplicar la matriu de canvi de base a aquests càlculs.
- Realitzar operacions amb aplicacions lineals: suma, producte per un escalar, composició.
- Determinar els valors i vectors propis associats a un endomorfisme i interpretar-los geomètricament.
- Usar el Teorema de Cayley - Hamilton per estudiar el polinomi característic d'un endomorfisme.
- Aplicar el producte escalar habitual de vectors al càlcul de distàncies i angles.
- Determinar ortogonalitat entre vectors.
- Aplicar el procés d'ortonormalització de Gram-Schmidt al càlcul de bases ortonormals.
- Calcular volums de paral·lelepípedes mitjançant el determinant de Gram.
- Determinar, classificar i construir mitjançant matrius transformacions ortogonals en el pla i en l'espai.
- Aplicar el càlcul vectorial a la descripció geomètrica d'objectes.
- Classificar còniques i quàdriques a partir de la seva equació.
- Calcular els invariants d'una varietat quadràtica.
- Raonar i contrastar solucions.
- Sintetitzar l'enunciat d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament.
- Utilitzar les tècniques matemàtiques per a resoldre problemes.
- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul.

## Competències

**EPS1. Capacitat de resolució de problemes i elaboració i defensa d'arguments dins de l'àrea d'estudis.**

**EPS2. Capacitat de recollir i interpretar dades rellevants, dins de l'àrea d'estudi, per emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.**

**EPS5. Capacitat per a l'abstracció i el raonament crític, lògic i matemàtic.**

**EPS6. Capacitat d'anàlisi i síntesi.**

**GEE1. Aptitud per utilitzar els coneixements aplicats relacionats amb el càlcul numèric i infinitesimal, l'àlgebra lineal, la geometria analítica i diferencial, i les tècniques i mètodes probabilístics i d'anàlisi estadístic.**

**GEE2. Coneixement aplicat dels principis de mecànica general, l'estàtica de sistemes estructurals, la geometria de masses, els principis i mètodes d'anàlisi del comportament elàstic del sòlid.**

## Continguts fonamentals de l'assignatura

Continguts de la matèria

### 1. Matrius, determinants i sistemes d'equacions lineals.

1.1 Tipus de matrius i operacions amb matrius.

1.2 Matrius inversibles.

1.3 Determinant d'una matriu quadrada d'ordre  $n$ . Casos  $n=2$ ,  $n=3$  i  $n>3$ .

1.4 Rang d'una matriu.

1.5 Transformacions elementals per files. Mètode d'eliminació de Gauss.

1.6 Expressió matricial d'un sistema d'equacions lineals.

1.7 Teorema de Rouché-Frobenius.

1.8 Sistemes de Cramer.

### 2. Espais vectorials.

2.1 Definició, propietats i exemples.

2.2 Combinació lineal: dependència i independència lineals.

2.3 Sistema generador.

2.4 Base d'un espai vectorial: definició, dimensió, components.

2.5 Subespai vectorial. Varietats lineals.

2.5.1 Descripció mitjançant equacions i mitjançant generadors.

2.5.2 Transformacions de Gauss.

2.5.3 Base i dimensió.

2.6 Canvis de base: Matriu de canvi de base.

2.7 Operacions amb subespais.

2.7.1 Contenció i igualtat.

2.7.2 Intersecció i suma.

2.7.3 Fòrmula de Grassman.

2.7.4 Suma directa i complementaris.

### **3. Aplicacions lineals i diagonalització d'endomorfismes.**

3.1 Definició i propietats d'una aplicació lineal.

3.2 Determinació per la imatge en una base.

3.3 Imatge i nucli d'una aplicació lineal.

3.4 Matriu associada a una aplicació lineal.

3.5 Canvis de base en una aplicació lineal. Matrius semblants.

3.6 Operacions amb aplicacions lineals.

3.6.1 Suma d'aplicacions.

3.6.2 Producte per un escalar.

3.6.3 Composició d'aplicacions.

3.7 Matriu diagonal: valors i vectors propis.

3.8 Polinomi característic d'un endomorfisme: definició i càlcul.

3.9 Teorema de Cayley-Hamilton.

3.10 Multiplicitat algebraica.

3.11 Subespai generat per un vap: multiplicitat geomètrica.

3.12 Caracterització d'endomorfismes diagonalitzables.

### **4. Geometria euclideana**

4.1 Producte escalar.

4.2 Norma induïda per un producte escalar.

4.3 Distàncies i angles.

4.4 Conceptes d'ortogonal i ortonormal.

4.5 Procès d'ortonormalització de Gram-Schmidt.

4.6 Determinant de Gram. Volum d'un paral·lelepípede.

4.7 Producte vectorial.

4.8 Transformacions ortogonals; en el pla i en l'espai.

4.9 Isometries o moviments rígids.

## 5. Classificació de còniques i quàdriques.

5.1 Endomorfismes simètrics i producte escalar.

5.2 Formes bilineals simètriques.

5.3 Rang i signatura: definició i càlcul d'aquests invariants.

5.4 Formes quadràtiques.

5.5 Varietats quadràtiques: equació canònica.

5.6 Classificació euclídea de còniques i quàdriques.

5.7 Altres exemples de corbes. Trajectòries. Corbes parametritzades.

5.8 Homotècies.

5.9 Semblances.

## Eixos metodològics de l'assignatura

Veure apartat "Pla de desenvolupament".

## Pla de desenvolupament de l'assignatura

Els temes descrits en l'apartat de Continguts es desenvoluparan mitjançant classes magistrals i pràctiques a l'aula al llarg de les setmanes lectives.

Total hores presencials: 28h

Total hores no presencials: 42h

Els temes descrits en l'apartat de Continguts es desenvoluparan mitjançant classes magistrals i pràctiques a l'aula al llarg de les setmanes lectives.

Total hores presencials: 28h

Total hores no presencials: 42h

L'avaluació, descrita en l'apartat Avaluació, es desenvoluparà mitjançant proves escrites presencials (examens) i l'entrega d'exercicis.

Total hores presencials: 6h

Total hores no presencials: 10h

Les revisions d'examen i les hores de consulta serveixen per a resoldre dubtes i aclarir conceptes.

Total hores presencials: 8h

Total hores no presencials: 0h

## Sistema d'avaluació

### Prova PA1

Examen escrit (individual i obligatori)

Data: abril i segons el calendari de l'escola [http://www.eps.udl.cat/info\\_acad/horaris\\_calendaris/calendari\\_examens.html](http://www.eps.udl.cat/info_acad/horaris_calendaris/calendari_examens.html)

Percentatge de la nota final: 40%

Observació: Per a tenir en compte la nota d'exercicis cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

Objectius

- Discutir i resoldre sistemes lineals d'equacions.
- Analitzar si un conjunt de vectors és linealment dependent o no.
- Descriure espais i subespais vectorials.
- Aplicar la fórmula de Grassman.
- Raonar i contrastar solucions.
- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul.

### Prova PA2

Examen escrit (individual i obligatori)

Data: juny i segons el calendari de l'escola [http://www.eps.udl.cat/info\\_acad/horaris\\_calendaris/calendari\\_examens.html](http://www.eps.udl.cat/info_acad/horaris_calendaris/calendari_examens.html)

Percentatge de la nota final: 40%

Observació: Per a tenir en compte la nota d'exercicis cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.

Objectius

- Determinar els valors i vectors propis associats a un endomorfisme i interpretar-los geomètricament.
- Aplicar el càlcul vectorial a la descripció geomètrica d'objectes.
- Classificar còniques i quàdriques a partir de la seva equació.
- Raonar i contrastar solucions.
- Sintetitzar l'enunciat d'un problema a fi d'expressar-lo matemàticament.
- Raonar i analitzar els resultats obtinguts a partir del càlcul.
- Raonar i contrastar solucions.
- Utilitzar les tècniques matemàtiques per a resoldre problemes.

Entrega d'exercicis
Entrega d'exercicis
Data: durant les setmanes de classes, cada setmana hi haurà una entrega. Demanda aleatòria.
Percentatge de la nota final: 20% (s'avaluen dos dels exercicis entregats, cadascun amb un pes de 10% sobre la nota final)
Observació: Per a tenir en compte la nota d'exercicis cal tenir almenys un 4 (sobre 10) de PA1 i de PA2.
Objectius: Tots els de l'assignatura.

Prova de recuperació
Examen escrit (individual i voluntari)
Data: juny/juliol i segons el calendari de l'escola <a href="http://www.eps.udl.cat/info_acad/horaris_calendari/calendari_examens.html">http://www.eps.udl.cat/info_acad/horaris_calendari/calendari_examens.html</a>
Percentatge de la nota final: 80%
Observacions: El contingut d'aquesta prova són <b>tots els temes</b> de l'assignatura. Per a tenir en compte la nota d'exercicis cal tenir almenys un 4 (sobre 10) d'aquesta prova recuperatòria. Tots els alumnes es poden presentar a aquesta prova per a recuperar/millorar nota.
Objectius: Tots els de l'assignatura.

## Bibliografia i recursos d'informació

### Bibliografia recomanada

#### BIBLIOGRAFIA BÀSICA

H. Anton, Introducción al Álgebra Lineal., Ed. Limusa, México, 1997.

J. Arvesú, F. Marcellán y J. Sánchez, Problemas resueltos de Álgebra Lineal, Madrid, Ed. Paraninfo 2015. ISBN: 978-84-283-3526-3.

J. Arvesú, F. Marcellán y J. Sánchez, Problemas resueltos de álgebra lineal., Madrid, International Thomson, 2005.

R. Benavent, Cuestiones sobre Álgebra Lineal, Paraninfo, 2010.

J. de Burgos, Álgebra Lineal, García-Maroto editores, 2007.

B. de Diego, E. Gordillo y G. Valeiras, Problemas de álgebra lineal: 427 problemas totalmente resueltos, Deimos DL, Madrid, 1986.

E. Domínguez et al., Problemas de Álgebra Lineal, Bellisco, Madrid, 1998.

S.K. Stein, Cálculo y geometría analítica, McGraw-Hill, Mexico, 1982.

#### BIBLIOGRAFIA RECOMANADA

M. Alsina, J.M. Miret i A. Rio, Càlcul i Àlgebra. Resums i Problemes (amb solucions), 1991.

C. Alsina y E. Trillas, Lecciones de Álgebra y Geometría. Editorial Gustavo Gili, S.A., Barcelona, 1984.



- C. Alsina et al., Càlcul per a l'arquitectura. Barcelona, Edicions UPC, 2008.
- M.Castellet, I. Llerena, Àlgebra lineal i geometria., Publicacions de la UAB, Barcelona, 1988.
- P.M. Cohn, Elements of linear algebra, Chapman and Hall, London, 1994.
- I.A.García, J. Giné, Problemas resueltos de Álgebra Lineal. Col.lecció Eines, no.45. Ed. de la UdL. Lleida. 2003.
- M.T. García González, A. Ruiz Oliarria, M.M. Saiz Jarabo, Álgebra. Teoría y ejercicios. Ed. Paraninfo, Madrid, 1993.
- J. Gimbert, J.M. Miret, Problemes d'Àlgebra per a Ciències de la Computació. Col.leccióEines, no. 20. Ed. de la UdL. Lleida. 1997.
- S. Lang, Introducción al Álgebra Lineal. Ed. Addison-Wesley, Wilmington, Delaware, 1990.
- R.E.Larson, Cálculo y geometría analítica, McGraw-Hill, Madrid, 1982.
- J. Moreno (coord.), Problemas resueltos de Matemáticas para la edificación y otras ingenierías, Paraninfo, 2011.
- J. Rojo, I. Martín, Ejercicios y problemas de Álgebra Lineal, Ed.Vector Ediciones, Madrid, 1989.
- J. Sorolla Bardají, Introducció a la Matemàtica, ISBN: 978-84-616-4854-2.